Prof. Dr. Armin Iske
Dr. Andreas Vollmer
M.Sc. Lars Poppe

Fachbereich Mathematik
Universität Hamburg
Wintersemester 2022/23

Übungen zu Analysis 1

Aufgaben des Tages 11 — 22. November 2022

Aufgabe 1: *(3 Punkte)* Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}, (b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ komplexe Folgen, wobei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge sei und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt. Zeige, dass die Produktfolge $(a_n \cdot b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge ist.

Aufgabe 2: *(3 Punkte)* Seien $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}, (b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergente reelle Folgen mit Grenzwerten $a, b \in \mathbb{R}$, d.h. $a_n \longrightarrow a$ und $b_n \longrightarrow b$, jeweils für $n \to \infty$, und es gelte $a_n \leq b_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Folgere daraus die Gültigkeit von $a \leq b$.

Gilt diese Folgerung auch, falls $a_{n_k} \leq b_{n_k}$ nur entlang *einer* Teilfolge $(n_k)_{k\in\mathbb{N}}$ von $\mathbb{N}$ gilt?

Aufgabe 3: *(4 Punkte)* Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine komplexe Folge mit $a_n \longrightarrow a$ für $n \to \infty$. Beweise, dass auch die Konvergenz

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} a_k \longrightarrow a \qquad \text{für } n \to \infty$$

der Mittelwerte gilt.

Hinweis: Schreibe

$$\left|\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} a_k\right) - a\right| = \left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(a_k - a)\right|$$

und benutze zuerst die Konvergenz $a_n \longrightarrow a$ und dann die Konvergenz $\frac{1}{n} \longrightarrow 0$ für $n \to \infty$.

Ausgabedatum: 22. November 2022 **Abgabetermin:** 28. November 2022, 10:00 Uhr.